

核二维子类鉴别分析

王 莹^{1,2},李文辉^{1,2},傅 博²,林逸峰³,倪洪印²

(1. 吉林大学汽车仿真与控制国家重点实验室, 吉林长春 130012; 2. 吉林大学计算机科学与技术学院, 吉林长春 130012;
3. 常州大学信息科学与工程学院, 江苏常州 213000)

摘要: 针对图像数据的多子类线性不可分问题, 提出一种快速核二维子类鉴别分析算法(K2DSDA). 算法从理论证明 K2DSDA 等价于基于核样本列(行)向量的 2DSDA, 并结合快速核样本图像近似定义实现最优判别向量计算, 降低了算法复杂度. 实验显示, 本文算法在多个标准人脸库上的分类准确率优于其他鉴别分析算法, 这证实了 K2DSDA 的有效性.

关键词: 鉴别分析; 核方法; 二维子类鉴别分析; 多子类; 线性不可分

中图分类号: TP391 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2013)05-0992-05

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2013.05.025

Kernel Two-Dimensional Subclass Discriminant Analysis

WANG Ying^{1,2}, LI Wen-hui^{1,2}, FU Bo², LIN Yi-feng³, NI Hong-yin²

(1. State Key Laboratory of Automotive Simulation and Control, Jilin University, Changchun, Jilin 130012, China;
2. College of Computer Science and Technology, Jilin University, Changchun, Jilin 130012, China;
3. College of Information Science and Engineering, Changzhou University, Changzhou, Jiangsu 213000, China)

Abstract: Aiming to resolve the classification problem that image samples are multi-subclass distributed and non-linearly separable, a kernel two-dimensional subclass discriminant analysis algorithm (K2DSDA) is proposed. In this paper, it has shown that K2DSDA algorithm is theoretically equivalent to column/row-2DSDA based algorithm on kernel samples. Meanwhile, the optimal discriminant vectors are computed via the approximate kernel samples, so that the computational complexity is greatly reduced. The experimental results which tested on benchmark face database show that the proposed algorithm is superior to other state-of-the-art discriminant analysis algorithms, which confirms the effectiveness of K2DSDA.

Key words: discriminant analysis; kernel method; two-dimensional subclass discriminant analysis(2DSDA); multi-subclass; non-linearly separable

1 引言

LDA 是判别分析类算法的典型算法^[1,2], 其计算最优分类投影轴的基础是 Fisher 准则^[1], 核心是估计样本的类间散度矩阵 Σ_B 和协方差矩阵 Σ_X . LDA 的前提假定有两点: (1) 每类数据服从多元正态分布, 并且每类的正态分布具有相同的协方差, 但具有不同的均值^[3]; (2) 数据线性可分. 由于实际样本具有非线性流形, 很难同时满足上述两个前提, 导致通过估计 Σ_B 和 Σ_X 求解的最优判别向量不能实现最小贝叶斯误差. 很多研究试图扩展 LDA 的第一个前提假定提高分类性能, 如 NDA^[4], a-PAC^[5], PDA^[6]. 但这些方法不能解决数据多子类问题. Zhu Manli^[7] 提出的子类判别分析 (Subclass Discriminant Analysis, SDA) 从调整原始样本分布, 使之更加适应线性判别分析假设前提的方向着手, 是一种新颖有效的解决

多子类数据分类的方法. 张静等^[8] 提出的 2DSDA 直接应用于图像, 在 SAR 图像集上取得很好的分类效果.

数据被划分为多子类后, 仍然可能存在数据线性不可分的情况. 因此解决非线性空间中的数据分类问题也成为提高分类性能的关键之一. 核方法是非线性分类方法中的经典算法, 如 KDA^[9] 和基于块的 K-2DPCA/ K-2DLDA^[10]. 其基本思想是试图将非线性样本空间数据映射到高维核空间, 以期提高数据在该空间中的线性可分性.

2DSDA 和核方法能够分别有效解决图像多子类分类和线性不可分问题, 但针对同时具有多子类 and 线性不可分问题的图像分类还有待研究. 因此, 本文提出一种基于核方法的快速二维子类判别分析方法 K2DSDA, 并给出了理论推导及其在多人脸库上的分类性能对比.

2 研究背景——SDA 与 2DSDA

假定样本集 $X = \{x_1, \dots, x_N \mid x_i \in R^d\}$, 共 C 类. 对 $i = \{1, \dots, C\}$, 每类可分为 H_i 个子类. SDA 定义 $\Sigma_B = \sum_{i=1}^{C-1} \sum_{j=1}^{H_i} \sum_{k=i+1}^C \sum_{l=1}^{H_k} p_{ij} p_{kl} (\mu_{ij} - \mu_{kl})(\mu_{ij} - \mu_{kl})^T$, $\Sigma_X = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \mu)(x_i - \mu)^T$. 这里, $p_{ij} = n_{ij}/N$ 代表第 i 类的第 j 个子类样本数目 n_{ij} 占全体样本数目 N 的先验概率; H_i 代表第 i 类的子类数; μ_{ij} 代表第 i 类的第 j 个子类样本均值; μ 代表全体样本均值. 最优判别矢量 V 由判别准则 $J(V) = \arg\max(V^T \Sigma_B V / V^T \Sigma_X V)$ 定义. 准则 $J(V)$ 的最大值问题已被证明等价于广义特征分解: $\Sigma_B V = \Sigma_X V \Lambda$ [7]. 文献 [7] 提出两种 H_i 计算准则, 并在逐步计算 H_i 时, 使用最近邻聚类划分子类.

现实中很多样本来源于图像, 针对图像的 2DSDA [8] 很快被提出. 2DSDA 使用图像欧式距离 [12] 作为子类划分时样本对相似性测度, 直接在样本图像上计算 Σ_B^{2D} 和 Σ_X^{2D} . 假定图像样本集合为 $A = \{A_1, \dots, A_N \mid A_i \in R^{m \times n}\}$. 2DSDA 的鉴别准则定义为 $J(V^{2D}) = \arg\max_{V^{2D}} (V^{2D^T} \Sigma_B^{2D} V^{2D} / V^{2D^T} \Sigma_X^{2D} V^{2D})$. 这里:

$$\Sigma_B^{2D} = \sum_{i=1}^{C-1} \sum_{j=1}^{H_i} \sum_{k=i+1}^C \sum_{l=1}^{H_k} \sum_{t=1}^n p_{ij} p_{kl} (\mu_{ijt} - \mu_{klt}) (\mu_{ijt} - \mu_{klt})^T$$

$$\Sigma_X^{2D} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (A_i - \mu) (A_i - \mu)^T$$

$$= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^n (A_{it} - \mu_t) (A_{it} - \mu_t)^T$$

有文献证明: 2DLDA 等价于基于列的 LDA [11]. 对 2DSDA 而言, 除改进图像样本预聚类算法外, 仍可将其看作基于列的 SDA. 对于多子类分布的图像数据而言, 只要子类划分合理, 2DSDA 在多数情况下优于 2DLDA.

3 K2DSDA

3.1 基于核技巧的 K2DSDA 理论推导

定义 1 核函数 [13]. 设低维样本空间数据 $\{x \mid x \in X, X \subset R^d\}$, 非线性映射 $\Phi(\cdot): R^d \rightarrow F^d (d' > d)$, $x \rightarrow \Phi(x)$ 是 X 到核空间 F 的核映射, 使得对任意 $x, y \in X$, 核空间中内积 $\langle \Phi(x), \Phi(y) \rangle$ 构成样本空间 X 的多元函数, 称为核函数, 记作 $\kappa(x, y)$, 即 $\kappa(x, y) = \langle \Phi(x), \Phi(y) \rangle$.

定义 2 核矩阵 [13]. 称 $N \times N$ 矩阵 $K = (\kappa_{ij}) = [\kappa(x_i, x_j)] (i, j = 1, \dots, N)$ 是训练样本集合 X 的核矩阵. 设 Φ 是 X 到核空间 F 的核映射, 令 $\Phi(X) = [\Phi(x_1), \dots, \Phi(x_N)]$, 则 $K = \Phi(X)^T \Phi(X)$.

下面结合核方法的有关定义, 推导 K2DSDA 的一些相关结论. 假设核映射 Φ 将样本集 A 映射到空间 F 中,

记 F 中对应的样本集为 $\Phi(A) = \{\Phi(A_1), \dots, \Phi(A_N) \mid \Phi(A_i) \in F\}$.

定义 3 根据 2DSDA 的定义, 定义样本集 A 映射到 F 后图像集合 $\Phi(A)$ 的子类类间散度矩阵 $\Sigma_B^{\Phi(2D)}$ 和核协方差矩阵 $\Sigma_X^{\Phi(2D)}$ 如下:

$$\Sigma_B^{\Phi(2D)} = \sum_{i=1}^{C-1} \sum_{j=1}^{H_i} \sum_{k=i+1}^C \sum_{l=1}^{H_k} \sum_{t=1}^{nN} p_{ij} p_{kl} (\mu_{ijt}^{\Phi(2D)} - \mu_{klt}^{\Phi(2D)}) (\mu_{ijt}^{\Phi(2D)} - \mu_{klt}^{\Phi(2D)})^T$$

$$\Sigma_X^{\Phi(2D)} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\Phi(A_i) - \mu^{\Phi(2D)}) \cdot (\Phi(A_i) - \mu^{\Phi(2D)})^T$$

定理 1 K2DSDA 的实质是将原始二维图像样本的每一列(行)进行非线性变换, 再对其对应的样本集合施以基于列(行)的 2DSDA.

证明 核方法认为, 在 F 中能够寻找到最佳线性鉴别矢量 $V^{\Phi(2D)}$, 使其满足 Fisher 准则 [1], 如等式 (3):

$$J(V^{\Phi(2D)}) = \arg\max_{V^{\Phi(2D)}} \frac{V^{\Phi(2D)^T} \Sigma_B^{\Phi(2D)} V^{\Phi(2D)}}{V^{\Phi(2D)^T} \Sigma_X^{\Phi(2D)} V^{\Phi(2D)}} \quad (3)$$

同样, $V^{\Phi(2D)}$ 可以通过求解以下广义特征方程得到:

$$\Sigma_B^{\Phi(2D)} V^{\Phi(2D)} = \Sigma_X^{\Phi(2D)} V^{\Phi(2D)} \Lambda^{\Phi(2D)} \quad (4)$$

根据再生核理论 [13], $V^{\Phi(2D)}$ 落在 $\Phi(A) = \{\Phi(A_1), \dots, \Phi(A_N) \mid \Phi(A_i) \in F\}$ 的张成空间内, 即 $V^{\Phi(2D)} \in \text{span}\{\Phi(A_1), \dots, \Phi(A_N)\}$, 那么 $V^{\Phi(2D)}$ 可由 $\Phi(A)$ 线性表示, 即等式 (5), 这里 α 为线性系数:

$$V^{\Phi(2D)} = \sum_{i=1}^N \alpha_i \Phi(A_i) = \Phi(A) \alpha \quad (5)$$

根据定义 3, 将 (1) 和 (5) 代入 (3), 式 (3) 分子即为:

$$V^{\Phi(2D)^T} \Sigma_B^{\Phi(2D)} V^{\Phi(2D)} = \alpha^T \Phi(A)^T \Sigma_B^{\Phi(2D)} \Phi(A) \alpha$$

$$= \alpha^T \left(\sum_{i=1}^{C-1} \sum_{j=1}^{H_i} \sum_{k=i+1}^C \sum_{l=1}^{H_k} \sum_{t=1}^{nN} p_{ij} p_{kl} (\Phi(A)^T (\mu_{ijt}^{\Phi(2D)} - \Phi(A)^T \mu_{klt}^{\Phi(2D)})^T \alpha) \right)$$

将样本 A_i 以列为单位分隔开, 即 $A_i = (a_{i1}, \dots, a_{in})$, 这里 a_{it} 代表第 i 张样本的第 t 列 ($i = 1, \dots, N; t = 1, \dots, n$). 将 A_i 的每列通过 Φ 映射到 F , 则 $\Phi(A_i) = (\Phi(a_{i1}), \dots, \Phi(a_{in}))$. 根据定义 2, $K = \Phi(A)^T \Phi(A) = \Phi(A)^T (\Phi(a_{11}), \dots, \Phi(a_{1n}), \dots, \Phi(a_{N1}), \dots, \Phi(a_{Nn})) = (A_{11}^{K(2D)}, \dots, A_{1n}^{K(2D)}, \dots, A_{N1}^{K(2D)}, \dots, A_{Nn}^{K(2D)}) = (A_1^{K(2D)}, \dots, A_N^{K(2D)})$. 从上述变换看出, 若称 $A_i^{K(2D)}$ 为样本 A_i 的核图像, 则 K 由训练样本对应的核图像 (或者说核图像的各列) 依次堆叠而成. 同时, 由于 A 映射在 F 中第 i 类第 j 子类所有图像第 t 列均值 $\mu_{ijt}^{\Phi(2D)} = \frac{1}{n_{ij}} \sum_{t=1}^{n_{ij}} \Phi(a_{ijt})$, $i = \{1, \dots, C\}$, $j = \{1, \dots, n_{ij}\}$. 而第 i 类第 j 子类样本第 t 列的核图像 $A_{ijt}^{K(2D)} = \Phi(A)^T \Phi(a_{ijt})$, 则:

$$\begin{aligned} \Phi(A)^T \mu_{ij}^{\Phi(2D)} &= \frac{1}{n_{ij}} \sum_{l=1}^{n_j} \Phi(A)^T \Phi(a_{ijl}) \\ &= \frac{1}{n_{ij}} \sum_{l=1}^{n_j} A \frac{K(2D)}{\mu_{ij}^{\Phi(2D)}} \mu_{ijl}^{\Phi(2D)} \end{aligned} \quad (7)$$

将(7)带入(6)可以得到:

$$\begin{aligned} V^{\Phi(2D)T} \Sigma_B^{\Phi(2D)} V^{\Phi(2D)} \\ = \alpha^T \sum_{i=1}^C \sum_{j=1}^{H_i} \sum_{k=i+1}^C \sum_{l=1}^{H_k} \sum_{t=1}^{nN} p_{ij} p_{kl} \\ (\mu_{ij}^{K(2D)} - \mu_{kl}^{K(2D)}) (\mu_{ij}^{K(2D)} - \mu_{kl}^{K(2D)})^T \alpha \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \text{令 } \Sigma_B^{K(2D)} &= \sum_{i=1}^C \sum_{j=1}^{H_i} \sum_{k=i+1}^C \sum_{l=1}^{H_k} \sum_{t=1}^{nN} p_{ij} p_{kl} \\ &(\mu_{ij}^{K(2D)} - \mu_{kl}^{K(2D)}) (\mu_{ij}^{K(2D)} - \mu_{kl}^{K(2D)})^T \end{aligned} \quad (9)$$

那么由(8)(9)能得到:

$$V^{\Phi(2D)T} \Sigma_B^{\Phi(2D)} V^{\Phi(2D)} = \alpha^T \Sigma_B^{K(2D)} \alpha \quad (10)$$

同理能够得到:

$$V^{\Phi(2D)T} \Sigma_X^{\Phi(2D)} V^{\Phi(2D)} = \alpha^T \Sigma_X^{K(2D)} \alpha \quad (11)$$

从(8),(11)可以看出, K2DSDA 的实质是将原始二维图像样本所对应的核图像为训练样本, 并对其施以基于列的 2DSDA. 同时发现, 求解核空间 F 中的最佳线性鉴别矢量 $V^{\Phi(2D)}$, 可以将核空间中的内积用样本空间中的核函数代替, 从而达到将核空间中的运算转化成样本空间中运算的目的. 证明完毕.

3.2 K2DSDA 的快速计算

由(3),(10),(11)能够得到:

$$\begin{aligned} J(V^{\Phi(2D)}) &= \underset{V^{\Phi(2D)}}{\operatorname{argmax}} \frac{V^{\Phi(2D)T} \Sigma_B^{\Phi(2D)} V^{\Phi(2D)}}{V^{\Phi(2D)T} \Sigma_X^{\Phi(2D)} V^{\Phi(2D)}} \\ \Leftrightarrow J(\alpha) &= \underset{\alpha}{\operatorname{argmax}} \frac{\alpha^T \Sigma_B^{K(2D)} \alpha}{\alpha^T \Sigma_X^{K(2D)} \alpha} \end{aligned} \quad (12)$$

从理论上讲, K2DSDA 算法最终的核空间最优鉴别矢量可以通过求解 $\Sigma_B^{K(2D)} \alpha = \Sigma_X^{K(2D)} \alpha \Lambda^{K(2D)}$ 实现. 注意到 $\Sigma_B^{K(2D)}$ 和 $\Sigma_X^{K(2D)}$ 均为 $nN \times nN$ 矩阵, 一旦样本数量很大, 或样本图像尺寸较大, 广义特征分解将难以进行. 因此在实际计算时采用 Frame 2DKDA 中定义的核样本矩阵近似代替 $A_i^{K(2D)}$, 实现快速计算^[14]. 记 $\kappa(\cdot, \cdot)$ 为核函数, 样本进行下列非线性变换, 得到其对应的近似核样本矩阵 $\tilde{A}_i^{K(2D)}$:

$$\tilde{A}_i^{K(2D)} = \begin{pmatrix} \kappa(a_{i1}, a_{11}) & \kappa(a_{i2}, a_{12}) & \dots & \kappa(a_{in}, a_{1n}) \\ \kappa(a_{i1}, a_{21}) & \kappa(a_{i2}, a_{22}) & \dots & \kappa(a_{in}, a_{2n}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \kappa(a_{i1}, a_{N1}) & \kappa(a_{i2}, a_{N2}) & \dots & \kappa(a_{in}, a_{Nn}) \end{pmatrix} \quad (13)$$

$i = 1, \dots, N$

显然, $\tilde{A}_i^{K(2D)}$ 是 $N \times n$ 矩阵. 根据定理 1, 将其作为样本实施基于列(行)的 2DSDA. 此时对应的核子类型间散度矩阵 $\tilde{\Sigma}_B^{K(2D)}$ 和协方差矩阵 $\tilde{\Sigma}_X^{K(2D)}$ 如下:

$$\begin{aligned} \tilde{\Sigma}_B^{K(2D)} &= \sum_{i=1}^{C-1} \sum_{j=1}^{H_i} \sum_{k=i+1}^C \sum_{l=1}^{H_k} \sum_{t=1}^{nN} p_{ij} p_{kl} \\ &(\tilde{\mu}_{ij}^{K(2D)} - \tilde{\mu}_{kl}^{K(2D)}) (\tilde{\mu}_{ij}^{K(2D)} - \tilde{\mu}_{kl}^{K(2D)})^T \\ \tilde{\Sigma}_X^{K(2D)} &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\tilde{A}_i^{K(2D)} - \tilde{\mu}^{K(2D)}) \\ &\cdot (\tilde{A}_i^{K(2D)} - \tilde{\mu}^{K(2D)})^T \end{aligned} \quad (15)$$

4 实验与分析

4.1 ORL 人脸库

ORL 人脸库包含 40 名志愿者的 400 幅人脸图像, 首先将样本缩放至 28×23 , 然后进行 10 轮测试, 每轮从每人的 10 张样本中随机选择 k ($k = 3, \dots, 8$) 张用于训练, 其余用于测试. 实验中核函数选择高斯径向基核函数 $\kappa(x, y) = \exp(-\|x - y\|^2 / \sigma)$, σ 为样本均值.

使用 IED NN-Clustering^[8] 方法, 10 轮测试的最优子类数均为 1, 这说明尽管 ORL 的样本存在一些姿态、配饰及表情变化, 但其每类样本间距离并不明显, 训练样本数据分布并无明显的多子类分布特性. 从图 1(a) 中可以看出, 在不同训练样本数量下, K2DSDA 优于 2DSDA、PCA + LDA 和 SDA 算法, 也基本优于 2DLDA 和 A2DLDA. 由于子类数为 1, 故 K2DSDA 与 K2DLDA 分类性能等同. 实验说明使用核方法后, 数据可分性增强, 这与人脸样本非线性的性质一致. 图 1(b) 证明 K2DSDA 同时也具有较好的单轮最佳识别率, 在每类样本数达到 5 张时, 其最佳分类准确率达到 98.5%.

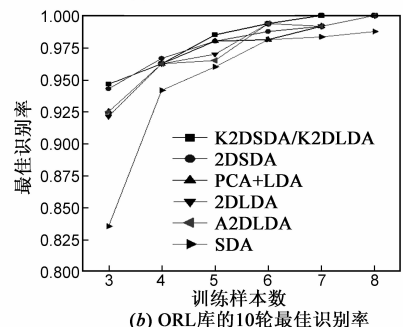
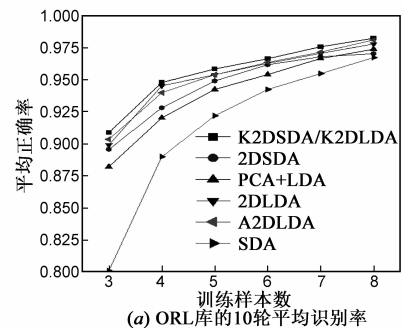


图1 ORL库上的算法分类准确率对比

4.2 AR 人脸库

AR 人脸库包含男性 70 人, 女性 56 人的 2 个 Ses

sion. 本文从中随机挑选 50 男性, 与 50 名女性构成样本集合, 并且选出每位候选者没有遮挡的 12 张图片组成训练及测试人脸库 (如图 2). 每次随机选择 $k(k=4, \dots, 8)$ 张训练, 其余用于测试, 样本均缩放至 28×23 .

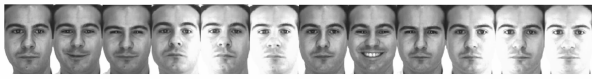
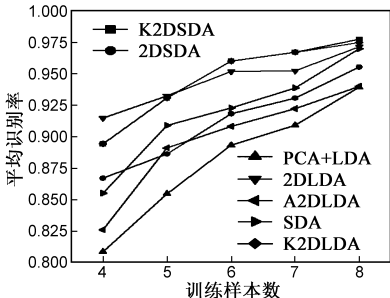
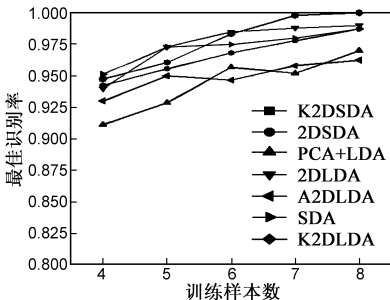


图2 AR人脸库中第一人的12张样本图片

从图 3 看出, 随机选择不同数目的训练样本时, 本文算法在平均分类准确率和最佳分类准确率两项对比中, 在大多情况下优于其他算法. 10 次随机试验中, 有 2 次最优子类数划分为 2, 这说明人脸图像中存在的光线和表情变化, 导致类内距离可能大于类间距离, 从而引发多子类问题.



(a) AR库的10轮平均识别率



(b) AR库的10轮最佳识别率

图3 AR库上的算法分类准确率对比

4.3 UMIST 人脸库

UMIST 人脸库共采集 20 名志愿者的 564 张面部图像, 包括从侧面到正面的姿态变化. 图 4 中在每人的侧脸、斜侧脸和正脸三个角度下各选择 2 张样本构成本文使用的训练集, 从其余样本中选择 5 张不同角度的样本构成测试集, 尺寸缩放至 28×23 , 记作 UMIST Cropped Subset.



图4 UMIST Cropped Subset第一人的6张训练样本和5张测试样本

表 1 看出, 当测试集每类样本被划分为 3 子类时, K2DSDA 的分类性能达到最优, 这与训练样本库中每类样本的构成一致. 而在其他子类数目下, 本文方法的正确分类率也达到了与 2DSDA、SDA 相当的性能. 同时, 本文算法相较于无子类划分的四种算法, 具有更好的分类准确率, 这说明 UMIST Cropped Subset 的训练样本在一定程度上符合多子类分布的情况, 本文算法不仅能够从训练样本分布上改善分类性能, 又同时提升了原始样本的线性可分性.

表 1 不同子类数下算法分类准确率对比

子类数	本文方法	2DSDA [8]	SDA [7]	PCA+LDA [2]	2DLDA [11]	A2DLDA [11]	K2DLDA [10]
1	0.92	0.90	0.87				
2	0.92	0.92	0.86				
3	0.93	0.90	0.89	0.89	0.87	0.92	0.92
4	0.92	0.89	0.89				
5	0.91	0.92	0.81				
6	0.91	0.90	0.79				

5 结论

提出一种解决多子类非线性可分分布的图像分类方法——核二维子类鉴别分析, 从理论和实验两方面验证了本文算法的正确性和有效性. 本文能够有效解决原始线性鉴别分析方法中的两个主要弊端, 实验证实, 本文算法能够对多角度、姿态和光照影响下的人脸图像进行有效分类.

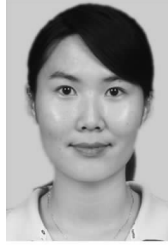
参考文献

- [1] Rao C R. Linear Statistical Inference and Its Application [M]. 2nd ed. Wiley-Interscience Press: New York, USA, 2002.
- [2] Belhumeur P N, Hespanha J, Kriegman D J. Eigenfaces vs. Fisherfaces; recognition using class specific linear projection [J]. IEEE Trans PAMI, 1997, 19 (7): 711 - 720.
- [3] He X, Yan S, Hu Y, et al. Face recognition using Laplacian-faces [J]. IEEE Trans PAMI, 2005, 27(3): 328 - 340.
- [4] Fukunaga K. Introduction to Statistical Pattern Recognition [M]. 2nd ed. Academic Press: San Diego, CA, USA, 1990.
- [5] Loog M, Duin R P W, Haeb-Umbach T. Multiclass linear dimension reduction by weighted pairwise fisher criteria [J]. IEEE Trans PAMI, 2001, 23 (7): 762 - 766.
- [6] T Hastie, A Buja, R Tibshirani. Penalized discriminant analysis [J]. Annals of Statistics, 1995, 23(1): 73 - 102.
- [7] Manli Zhu, Aleix M. Martinez, subclass discriminant analysis [J]. IEEE Trans PAMI, 2006, 26 (8): 1274 - 1286.
- [8] 张静, 王国宏, 杨智勇, 刘福太. 基于二维子类鉴别分析的 SAR 图像识别方法研究 [J]. 电子学报, 2010, 38 (4): 798 - 803.
Zhang Jing, Wang Guo-hong, Yang Zhi-yong, Liu Fu-tai. An

本节测试了不同子类数下算法的正确分类率. 从

- efficient two-dimensional subclass discriminant analysis approach for SAR image recognition[J]. Acta Electronica Sinica, 2010, 38 (4): 798 – 803. (in Chinese)
- [9] Baudat G, Anouar F. Generalized discriminant analysis using a kernel approach[J]. Neural Computation, 2000, 12 (10), 2385 – 2404.
- [10] Armin Eftekhari, Mohamad Forouzanfar, Hamid Abrishami Moghaddam, Javad Alirezaie. Block-wise 2D kernel PCA/LDA for face recognition[J]. Information Processing Letters, 2010, 110(17): 761 – 766.
- [11] Kong H, Wang L, Teoh E K. A framework of 2D Fisher discriminant analysis: application to face recognition with small number of training samples[A]. In Proceedings of the 2005 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition [C]. San Diego, CA, USA : IEEE Press, 2005, 2: 1083 – 1088.
- [12] Wang Liwei, Zhang Yan, Feng Jufu. On the euclidean distance of images[J]. IEEE Trans PAMI, 2005, 27 (8): 1334 – 1339.
- [13] 章毓晋, 等. 基于子空间的人脸识别[M]. 北京: 清华大学出版社: 北京, 2009: 123 – 124.
Zhang Yujin, et al. Subspace-Based Face Recognition[M]. Beijing: Tsinghua University Press; Beijing, 2009. 123 – 124. (in Chinese)
- [14] 程正东, 樊祥, 章毓晋. 基于图像抽样重组的 2 维核鉴别分析[J]. 电子与信息学报, 2009, 31 (12): 2958 – 2962.
Cheng Zheng-dong, Fan Xiang, Zhang Yu-jin. 2-dimensional kernel discriminant analysis based on image sampling and re-grouping[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2009, 31 (12): 2958 – 2962. (in Chinese)

作者简介



王莹女, 1983 年 8 月出生于河北省石家庄市, 现为吉林大学计算机科学与技术学院讲师. 主要研究方向为计算机视觉, 数字图像处理与模式识别.

E-mail: wangying_jlu@jlu.edu.cn

李文辉(通讯作者) 男, 1961 年生, 博士, 教授, 博士生导师. 主要研究领域为计算机图形学与图像处理, 虚拟现实技术等.

E-mail: liwh@jlu.edu.cn